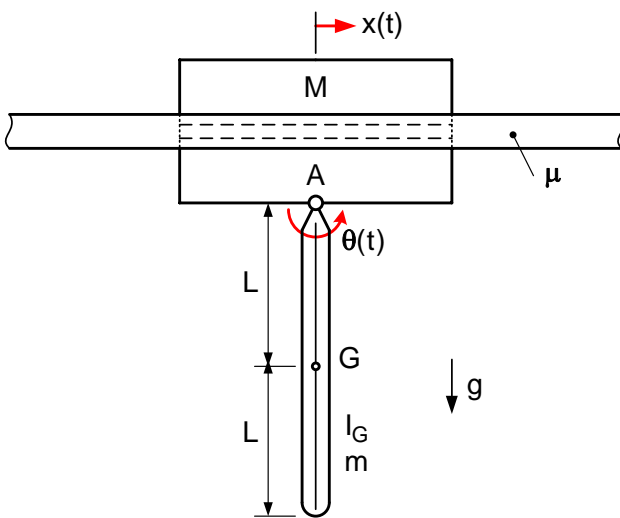


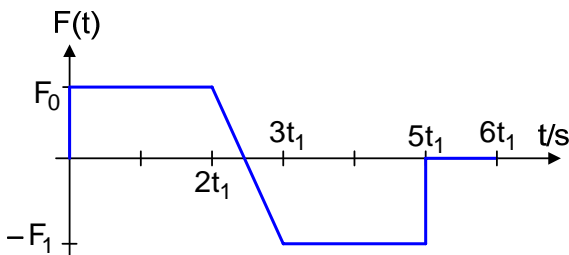
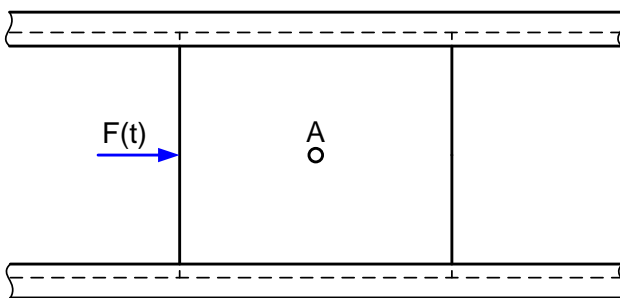
Kuvan systeemissä vaunu (massa M) voi liikkua vaakasuunnassa pitkin kiskoja (kitkakerroin μ). Vaunuun on kiinnitetty kitkattomalla nivelellä A sauva (massa m , pituus $2L$). Vaunua liikuttava voima $F(t)$ on ajan funktio kuvan mukaisesti (parametrit F_0, F_1 ja t_1).



a) Tutki liikeyhtälöiden johto sivulta 2.

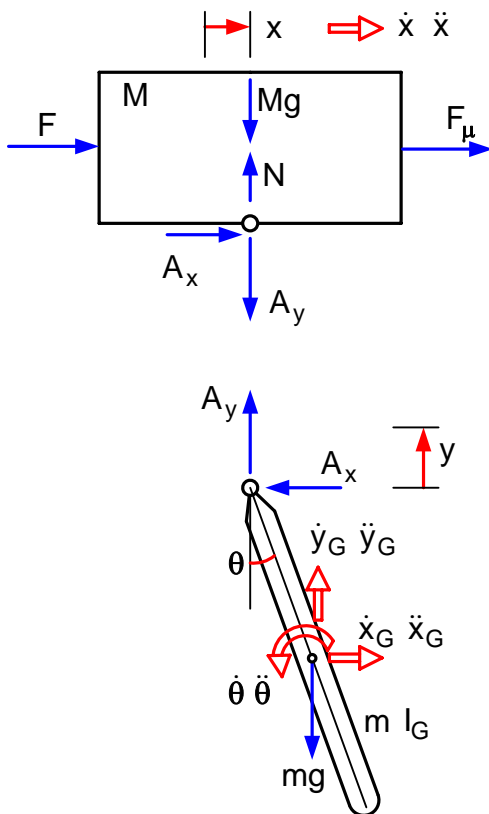
b) Laadi liikeyhtälöitä vastaava lohkokaavio, joka ratkaisee suureet $x(t)$, $\dot{x}(t)$, $\ddot{x}(t)$, $\theta(t)$, $\dot{\theta}(t)$ ja $\ddot{\theta}(t)$ ja näyttää ne Scope-lohkossa. Systeemin parametrien arvot annetaan MATLABin komentoikkunassa.

c) Simuloi systeemin käyttäytymistä 12s aikana, kun se lähtee liikkeelle hetkellä $t=0$ levosta ilman alkunopeuksia. Parametrit ovat $g=9,81 \text{ m/s}^2$, $M=20 \text{ kg}$, $m=12 \text{ kg}$, $L=0,8 \text{ m}$, $\mu=0,15$, $t_1=2 \text{ s}$, ja $F_0=80 \text{ N}$. Parametrin F_1 arvo määritetään simuloimalla siten, että vaunu on hetkellä $t=12\text{s}$ mahdollisimman tarkasti lähtöasemassaan.



Työselostuksen tulee sisältää lohkokaavio ja havaintoja simuloinnin tuloksista. Liitä mukaan Scope-lohkoihin tulleet kuvaajat ja kerro, mikä on parametrin F_1 arvo.

Liikkeyhtälöiden johto:



Kitkavoima on eri suuntaan kuin nopeus:

$$F_{\mu} = -\mu N \operatorname{sgn}(\dot{x})$$

Sauvan massakeskiön liike:

$$x_G = x + L \sin \theta \quad y_G = -L \cos \theta$$

$$\dot{x}_G = \dot{x} + L \dot{\theta} \cos \theta \quad \dot{y}_G = L \dot{\theta} \sin \theta$$

$$\ddot{x}_G = \ddot{x} + L \ddot{\theta} \cos \theta - L \dot{\theta}^2 \sin \theta$$

$$\ddot{y}_G = L \ddot{\theta} \sin \theta + L \dot{\theta}^2 \cos \theta$$

Sauvan liikkeyhtälöt:

$$\rightarrow -A_x = m(\ddot{x} + L \ddot{\theta} \cos \theta - L \dot{\theta}^2 \sin \theta)$$

$$\uparrow A_y - mg = m(L \ddot{\theta} \sin \theta + L \dot{\theta}^2 \cos \theta)$$

$$G: -A_y \cdot L \sin \theta + A_x \cdot L \cos \theta = I_G \ddot{\theta}$$

Sijoittamalla momenttiliikkeyhtälöön A_x ja A_y voimaliikkeyhtälöistä saadaan sievennyksen jälkeen tulos

$$(I_G + mL^2) \cdot \ddot{\theta} + mL \cos \theta \cdot \ddot{x} = -mgL \sin \theta$$

Vaunun liikkeyhtälöt: $\rightarrow F + F_{\mu} + A_x = M \ddot{x} \quad \uparrow N - Mg - A_y = 0 \Rightarrow$

$$N = (M + m)g + m(L \ddot{\theta} \sin \theta + L \dot{\theta}^2 \cos \theta)$$

$$(M + m) \cdot \ddot{x} + mL \cos \theta \cdot \ddot{\theta} + \mu N \operatorname{sgn}(\dot{x}) - mL \dot{\theta}^2 \sin \theta = F$$

Simuloitavat yhtälöt:

$$\ddot{x} = \frac{1}{M+m} \left\{ -mL \cos \theta \cdot \ddot{\theta} - \mu \left[(M+m)g + mL(\ddot{\theta} \sin \theta + \dot{\theta}^2 \cos \theta) \right] \operatorname{sgn}(\dot{x}) + mL \dot{\theta}^2 \sin \theta + F \right\}$$

$$\ddot{\theta} = \frac{1}{I_G + mL^2} (-mL \cos \theta \cdot \ddot{x} - mgL \sin \theta)$$