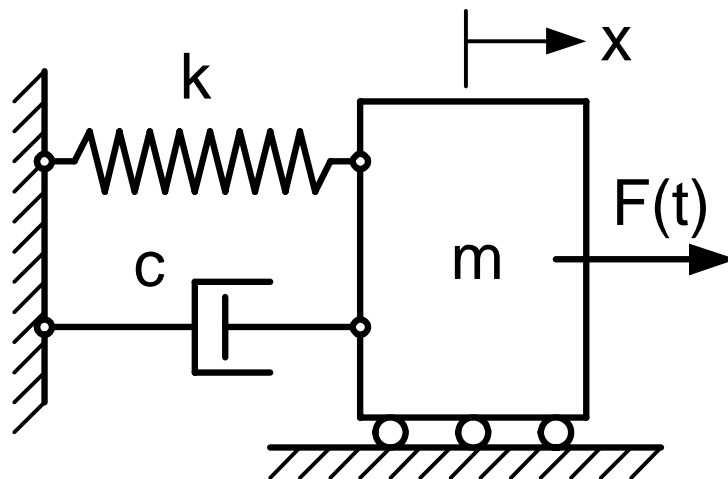
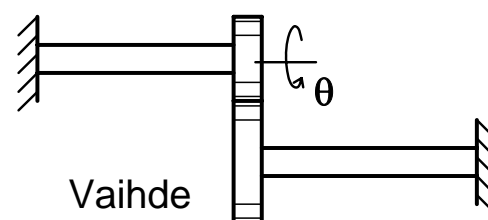
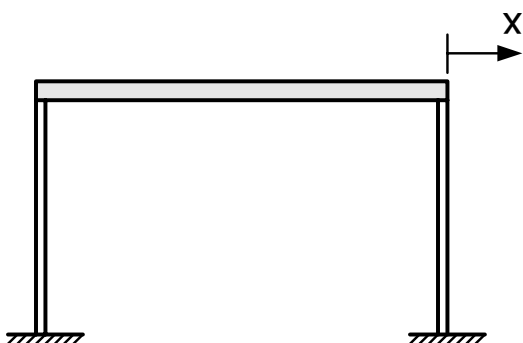
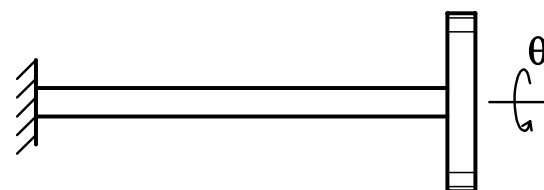
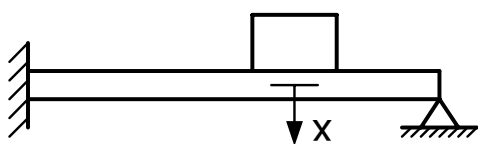
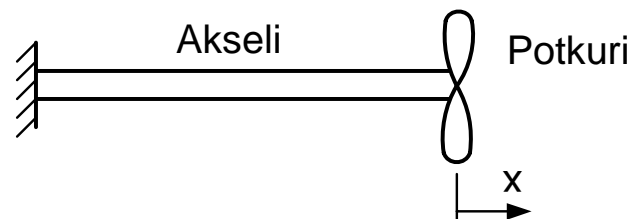
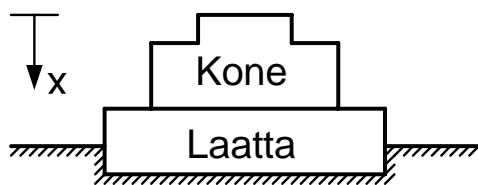


# JOUSI-MASSA-VAIMENNIN MALLI

## Perusmalli:



## Analogisia tilanteita:



# JOUSI

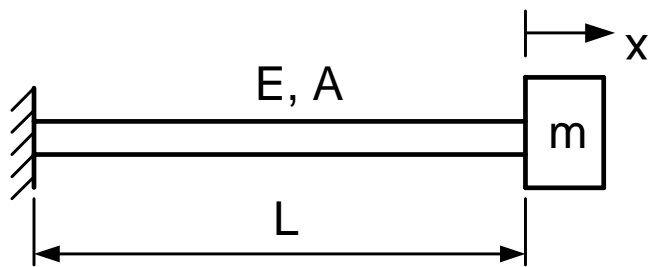
## Lineaarinen veto/puristusjousi:



$$F = kx$$

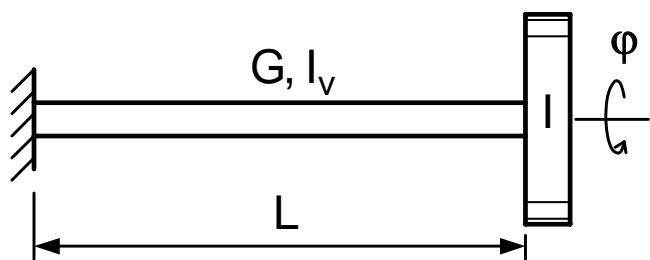
$$V = \frac{1}{2}kx^2$$

## Rakennesat jousina:



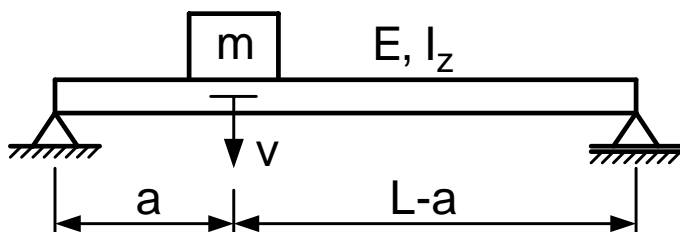
(a)

$$k = \frac{EA}{L}$$



(b)

$$k_{\phi} = \frac{GI_v}{L}$$

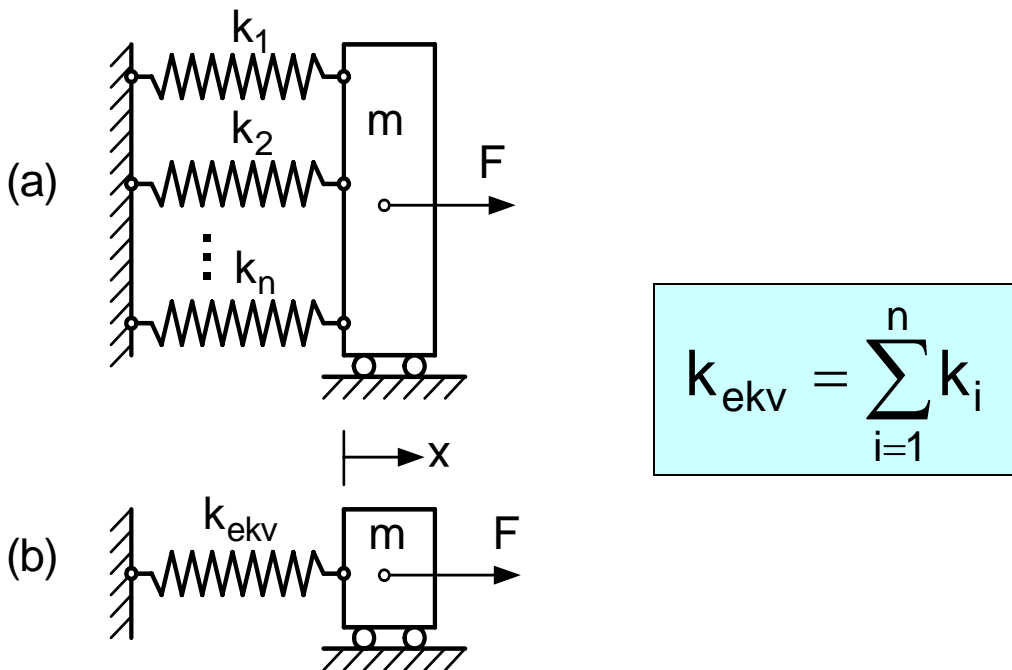


(c)

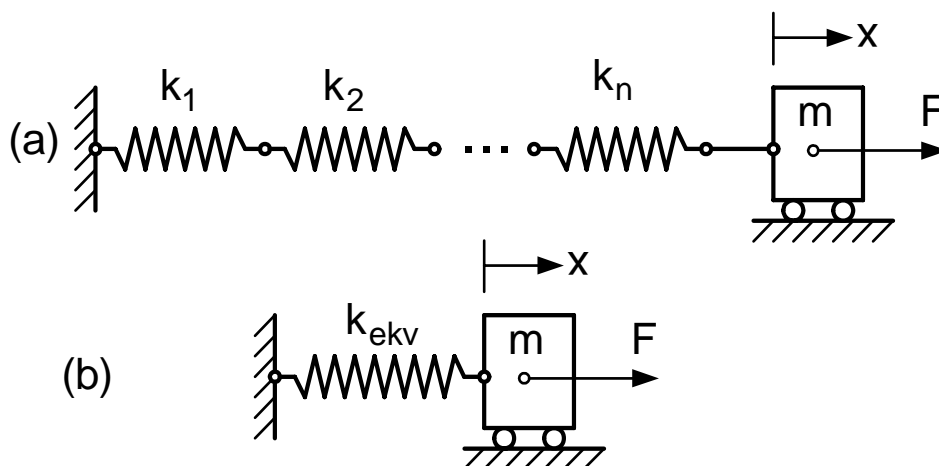
$$k_t = \frac{3EI_zL}{a^2(L-a)^2}$$

# JOUSIEN YHDISTELMÄT

**Rinnan kytkentä:** 'Sama siirtymä'



**Sarjaan kytkentä:** 'Sama voima'



$$k_{ekv} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{k_i}}$$

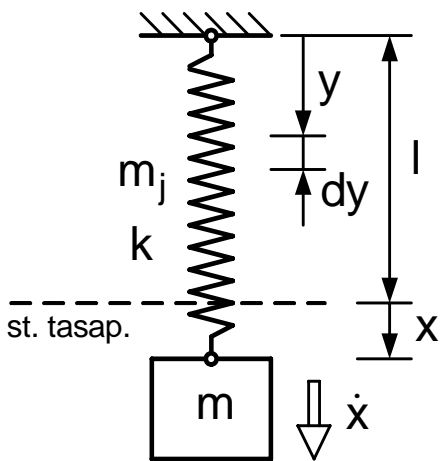
# INERTIA

**Translaatioinertia:** Massa

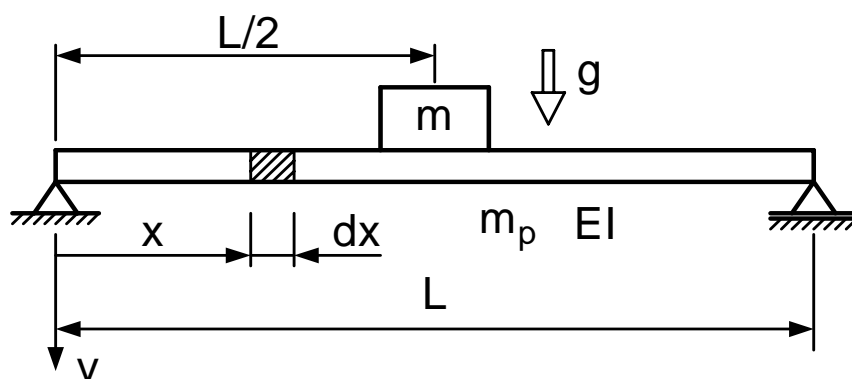
**Rotaatioinertia:** Hitausmomentit ja hitaustulot

Tasotapauksessa tarvitaan vain hitausmomentti  $I_G$  ja Steinerin sääntö  $I_O = I_G + mr_O^2$

**Jousen lisämassa:**



$$m_{\text{ekv}} = m + \frac{1}{3} m_j$$

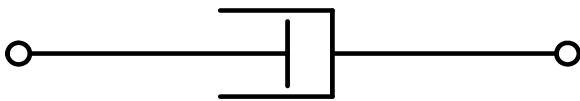


$$m_{\text{ekv}} = m + \frac{17}{35} m_p$$

# VAIMENNUS

## Viskoosi vaimennus eli nestevaimennus:

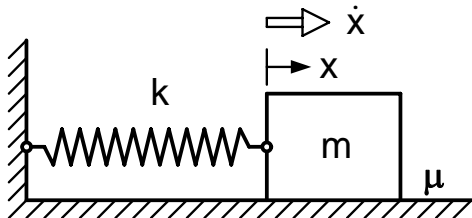
- Jokin systeemin komponentti on kosketuksessa nesteen kanssa.
- Aiheuttaa liikeyhtälöön lineaarisen termin, ratkaisu on yksinkertainen.
- Käytetään myös ekvivalenttia viskoosia vaimenninta, jolloin lisätään malliin sopivalla vaimennusvakiolla varustettu iskunvaimenninelementti.



$$F = c\dot{x}$$

## Kitkavaimennus eli Coulombin vaimennus:

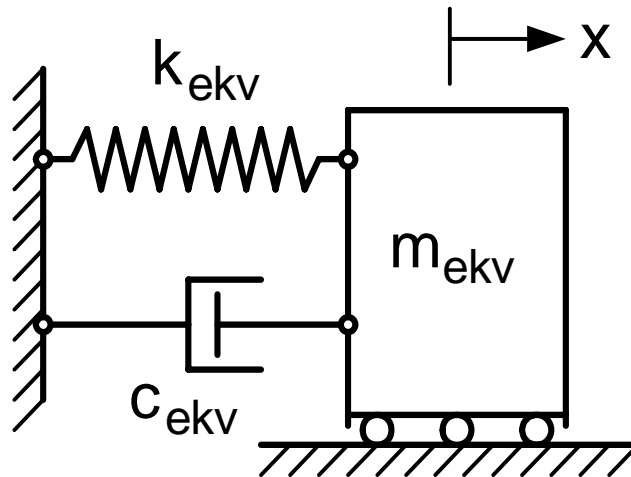
- Jokin systeemin komponentti on kosketuksessa kitkallisen pinnan kanssa.
- Vaimennusvoiman suuruus on riippumaton siirtymästä ja sen aikaderivaata riippuen vain kosketuspintojen välisestä normaalivoimasta (vakio- vaimennus).
- Kitkavaimennus aiheuttaa liikeyhtälöön epälineaarisen termin, ratkaisu on hankala.



$$F = -\mu mg \frac{\dot{x}}{|\dot{x}|}$$

# EKVIVALENTTI SYSTEEMI

Usean jousen, vaimentimen ja jäykän kappaleen muodostamaa mekaanista systeemiä voidaan tarkastella yhden vapausasteen ekvivalentilla mallilla, mikäli kaikkien kappaleiden asema voidaan lausua yhden koordinaatin (translaatio tai rotaatio) avulla.



## Ekvivalentin systeemin parametrien identifiointi:

Potentiaalienergia valitun koordinaatin avulla:

$$V = \frac{1}{2} k_{ekv} x^2$$

Liike-energia valitun koordinaatin avulla:

$$T = \frac{1}{2} m_{ekv} \dot{x}^2$$

Vaimennusvoimien virtuaalinen työ valitun koordinaatin avulla:

$$W_{1 \rightarrow 2} = - \int_{x_1}^{x_2} c_{ekv} \dot{x} dx$$