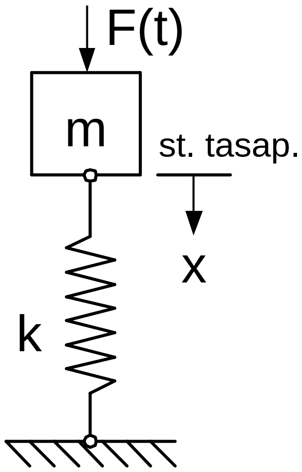
YHDEN VAPAUSASTEEN VAIMENEMATON HARMONINEN PAKKOVÄRÄHTELY

1. Värähtelevä massa



$$F(t) = F_0 \sin \Omega t$$

F_0 pakkovoiman amplitudi

Ω häiriötaajuus

Liikeyhtälö:

$$\ddot{x} + \omega^2 x = \frac{F_0}{m} \sin \Omega t$$

Pakkovärähtelyratkaisu:

$$x_p = \frac{F_0 / m}{\omega^2 - \Omega^2} \sin \Omega t \qquad (\Omega \neq \omega)$$

Siirtymän amplitudi:

$$X = \frac{F_0 / m}{\omega^2 - \Omega^2}$$

Staattinen siirtymä $d = F_0 / k$

Vahvistuskerroin:

$$M = \frac{X}{d} = \frac{1}{1 - r^2}$$

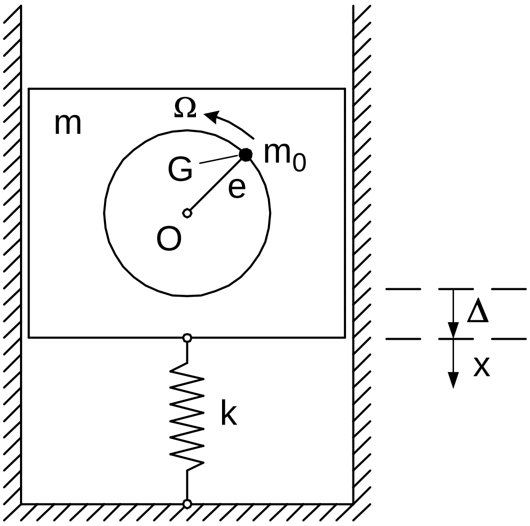
Taajuussuhde $r = \Omega / \omega$

Siirtyvyys:

$$T = \left| \frac{F_A}{F_0} \right| = \frac{1}{\left| 1 - r^2 \right|}$$

Siirtyvän voiman maksimiarvo $F_A = kX = T F_0$

2. Tasapainottamaton roottori



$$F(t) = m_0 e \Omega^2 \sin \Omega t$$

$m_0 e \Omega^2$ pakkovoiman amplitudi

Ω häiriötaajuus

Liikeyhtälö:

$$\ddot{x} + \omega^2 x = \frac{m_0 e \Omega^2}{m} \sin \Omega t$$

Pakkovärähtelyratkaisu:

$$x_p = \frac{m_0 e \Omega^2}{m(\omega^2 - \Omega^2)} \sin \Omega t \qquad (\Omega \neq \omega)$$

Siirtymän amplitudi:

$$X = \frac{m_0 e \Omega^2}{m(\omega^2 - \Omega^2)}$$

Vertailusiirtymä $m_0 e / m$

Vahvistuskerroin:

$$M = \frac{mX}{m_0 e} = \frac{r^2}{1 - r^2}$$

Taajuussuhde $r = \Omega / \omega$

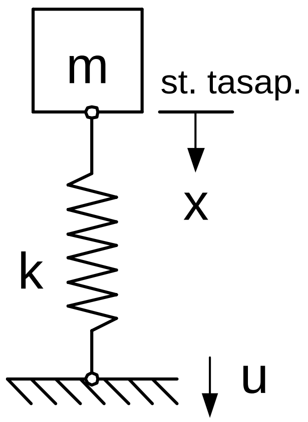
Siirtyvyys:

$$T_n = \left| \frac{F_A}{F_n} \right| = \frac{r^2}{\left| 1 - r^2 \right|}$$

Ominaistaajuudella siirtyvä voima $F_n = m_0 e \omega^2$

Siirtyvän voiman maksimiarvo $F_A = kX = T F_n$

3. Värähtelevä alusta



$$\boxed{F(t) = kb\sin\Omega t}$$

b	alustan amplitudi
Ω	häiriötaajuus

Liikeyhtälö:

$$\boxed{\ddot{x} + \omega^2 x = \frac{kb}{m}\sin\Omega t}$$

Pakkovärähtelyratkaisu:

$$\boxed{x_p = \frac{kb/m}{\omega^2 - \Omega^2}\sin\Omega t \qquad (\Omega \neq \omega)}$$

Siirtymän amplitudi:

$$\boxed{X = \frac{kb/m}{\omega^2 - \Omega^2}}$$

Vertailusiirtymä b

Vahvistuskerroin:

$$\boxed{M = \frac{X}{b} = \frac{1}{1 - r^2}}$$

Taajuussuhde $r = \Omega/\omega$

Siirtyvyys:

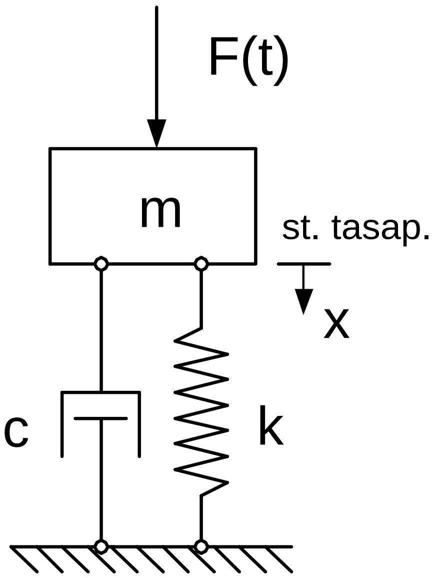
$$\boxed{T_n = \left|\frac{F_M}{F_K}\right| = \frac{r^2}{\left|1 - r^2\right|}}$$

Värähtelijään siirtyvän voiman maksimiarvo $F_M = k(X - b) = T_n F_K$

Alustan maksimisiirtymää vastaava jousivoima $F_K = kb$

YHDEN VAPAUSASTEEN VAIMENEVA HARMONINEN PAKKOVÄRÄHTELY

1. Värähtelevä massa



$$F(t) = F_0 \sin \Omega t$$

F_0 pakkovoiman amplitudi
Ω häiriötaajuus

Liikeyhtälö:

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega\dot{x} + \omega^2 x = \frac{F_0}{m} \sin \Omega t$$

Pakkovärähtelyratkaisu:

$$x_p = X \sin(\Omega t - \phi) \qquad (\Omega \neq \omega)$$

Siirtymän amplitudi:

$$X = \frac{F_0}{\sqrt{\left(k - m\Omega^2\right)^2 + \left(c\Omega\right)^2}}$$

Vaihekulma:

$$\phi = \arctan\left(\frac{c\Omega}{k - m\Omega^2}\right)$$

Ominaiskulmataajuus ω

Vaimennettu ominaiskulmataajuus $\omega_d = \omega\sqrt{1 - \zeta^2}$

Resonanssikulmataajuus $\omega_r = \omega\sqrt{1-2\zeta^2}$

Maksimiamplitudi resonanssikulmataajuudella:

$$X_{max} = \frac{F_0/k}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}} \quad \text{kun} \quad \Omega = \omega_r$$

Amplitudi ominaiskulmataajuudella:

$$X_n = \frac{F_0/k}{2\zeta} \quad \text{kun} \quad \Omega = \omega$$

Vahvistuskerroin:

$$M = \frac{X}{d} = \frac{1}{\sqrt{\left(1-r^2\right)^2 + \left(2\zeta r\right)^2}}$$

Vaihekulma:

$$\phi = \arctan\left(\frac{2\zeta r}{1-r^2}\right)$$

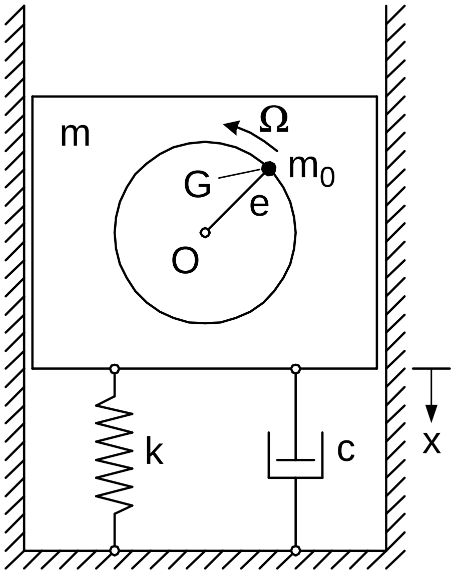
Staattinen siirtymä $d = F_0/k$ Taajuussuhde $r = \Omega/\omega$

Siirtyvyys:

$$T = \left|\frac{F_A}{F_0}\right| = \sqrt{\frac{1+\left(2\zeta r\right)^2}{\left(1-r^2\right)^2 + \left(2\zeta r\right)^2}}$$

Siirtyvän voiman maksimiarvo: $F_A = T F_0$

2. Tasapainottamaton roottori



$$F(t) = m_0 e\Omega^2 \sin\Omega t$$

$m_0 e\Omega^2$ pakkovoiman amplitudi

Ω häiriötaajuus

Liikeyhtälö:

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega\dot{x} + \omega^2 x = \frac{m_0 e\Omega^2 \sin\Omega t}{m}$$

Pakkovärähtelyratkaisu:

$$x_p = X\sin(\Omega t - \phi) \qquad (\Omega \neq \omega)$$

Amplitudi:

$$X = \frac{m_0 e\Omega^2}{\sqrt{\left(k - m\Omega^2\right)^2 + (c\Omega)^2}}$$

Vaihekulma:

$$\phi = \arctan\left(\frac{c\Omega}{k - m\Omega^2}\right)$$

Ominaiskulmataajuus ω

Vaimennettu ominaiskulmataajuus $\omega_d = \omega\sqrt{1-\zeta^2}$

Resonanssikulmataajuus $\omega_r = \omega\dfrac{1}{\sqrt{1-2\zeta^2}}$

Maksimiamplitudi resonanssikulmataajuudella:

$$X_{max} = \frac{m_0 e}{m} \frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}} \quad \text{kun} \quad \Omega = \omega_r$$

Amplitudi ominaiskulmataajuudella:

$$X_n = \frac{m_0 e}{m} \frac{1}{2\zeta} \quad \text{kun} \quad \Omega = \omega$$

Vahvistuskerroin:

$$M = \frac{mX}{m_0 e} = \frac{r^2}{\sqrt{\left(1-r^2\right)^2 + \left(2\zeta r\right)^2}}$$

Vaihekulma:

$$\phi = \arctan\left(\frac{2\zeta r}{1-r^2}\right)$$

Vertailusiirtymä $m_0 e / m$ Taajuussuhde $r = \Omega / \omega$

Siirtyvyys:

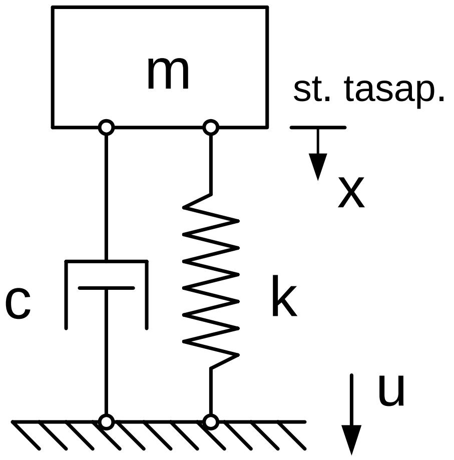
$$T_n = \left|\frac{F_A}{F_n}\right| = r^2 \sqrt{\frac{1+\left(2\zeta r\right)^2}{\left(1-r^2\right)^2 + \left(2\zeta r\right)^2}}$$

Vertailuvoima $F_n = m_0 e \omega^2$

Siirtyvän voiman maksimiarvo: $F_A = T_n F_n$

3. Värähtelevä alusta

$$\boxed{u(t) = b\sin\Omega t}$$



b alustan amplitudi

Ω häiriötaajuus

Liikeyhtälö:

$$\boxed{\ddot{x} + 2\zeta\omega\dot{x} + \omega^2 x = \frac{A\sin(\Omega t + \alpha)}{m}}$$

$$A = b\sqrt{k^2 + (c\Omega)^2} \qquad \tan\alpha = c\Omega / k$$

Pakkovärähtelyratkaisu:

$$\boxed{x_p = X\sin(\Omega t - \beta) \qquad (\Omega \neq \omega)}$$

Amplitudi:

$$\boxed{X = \frac{b\sqrt{k^2 + (c\Omega)^2}}{\sqrt{\left(k - m\Omega^2\right)^2 + (c\Omega)^2}}}$$

Vaihekulma:

$$\boxed{\beta = \arctan\left(\frac{mc\Omega^3}{k\left(k - m\Omega^2\right) + (c\Omega)^2}\right)}$$

Vahvistuskerroin:

$$\boxed{M = \frac{X}{b} = \sqrt{\frac{1 + (2\zeta r)^2}{\left(1 - r^2\right)^2 + (2\zeta r)^2}}}$$

Vaihekulma:

$$\boxed{\beta = \arctan\left(\frac{2\zeta r^3}{1 - r^2 + (2\zeta r)^2}\right)}$$

Vertailusiirtymä b Taajuussuhde $r = \Omega / \omega$

Suhteellisen aseman $z = x - u$ amplitudin Z vahvistuminen

$$M = \frac{Z}{b} = \frac{r^2}{\sqrt{\left(1 - r^2\right)^2 + \left(2\zeta r\right)^2}}$$

Siirtyvyys:

$$T_K = \left| \frac{F_M}{F_K} \right| = r^2 \sqrt{\frac{1 + \left(2\zeta r\right)^2}{\left(1 - r^2\right)^2 + \left(2\zeta r\right)^2}}$$

Vertailuvoima $F_K = kb$

Siirtyvän voiman maksimiarvo: $F_M = T_K F_K$