YHDEN VAPAUSASTEEN YLEINEN PAKOTETTU LIIKE

Kuormitus F(t) kohdistuu jousi-massa-vaimennin systeemiin, jonka parametrit ovat k, m, c, ω ja ζ. Liikeyhtälö on tällöin

$$\boxed{m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t)}$$

YLEINEN JAKSOLLINEN KUORMITUS

Kuormitus jaetaan **harmonisiin komponentteihinsa**

$$F(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\Omega t) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(n\Omega t)$$

T jakson pituus
$\Omega = 2\pi / T$ kuormituksen **perustaajuus**

Kuormituksen **Fourier-kertoimet**

$$a_0 = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} F(t)\,dt \qquad a_n = \frac{2}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} F(t)\cos(n\Omega t)\,dt \qquad n > 0$$

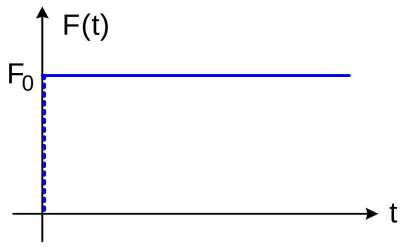
$$b_n = \frac{2}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} F(t)\sin(n\Omega t)\,dt \qquad n \geq 0$$

Siirtymän **harmoniset komponentit**

$$x_p(t) = \frac{a_0}{k} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n / k}{\sqrt{(1-n^2 r^2)^2 + (2\zeta n r)^2}} \cos(n\Omega t - \phi_n) + $$
$$+ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n / k}{\sqrt{(1-n^2 r^2)^2 + (2\zeta n r)^2}} \sin(n\Omega t - \phi_n)$$

$$\phi_n = \arctan\left(\frac{2\zeta n r}{1-n^2 r^2}\right) \qquad r = \frac{\Omega}{\omega}$$

ASKELKUORMITUS



Liikeyhtälö

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_0 \qquad t \geq 0$$

Liikeyhtälön ratkaisu

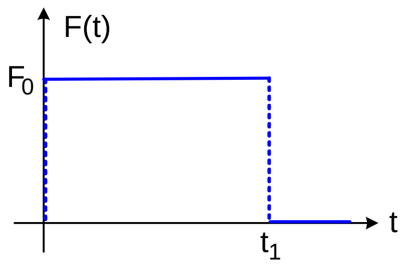
$$x(t) = \frac{F_0}{k}\left[1 - e^{-\zeta\omega t}\left(\frac{\zeta\omega}{\omega_d}\sin\omega_d t + \cos\omega_d t\right)\right]$$

Dynaaminen vahvistuskerroin

$$M(t) = \frac{x(t)}{F_0/k} = 1 - e^{-\zeta\omega t}\left(\frac{\zeta\omega}{\omega_d}\sin\omega_d t + \cos\omega_d t\right)$$

Kun $\boxed{c = 0}$ $\quad \boxed{M(t) = 1 - \cos\omega t} \quad \Rightarrow \quad \boxed{M_{max} = 2}$

SUORAKULMIOPULSSIKUORMITUS



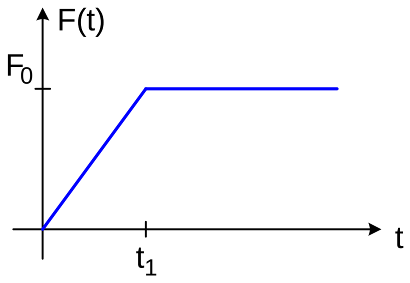
Liikeyhtälö

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = \begin{cases} F_0 & 0 \leq t \leq t_1 \\ 0 & t > t_1 \end{cases}$$

Kun $\boxed{c = 0}$ **dynaaminen vahvistuskerroin** on

$$M(t) = \frac{x(t)}{F_0/k} = \begin{cases} 1 - \cos\omega t & 0 \leq t \leq t_1 \\ \cos\omega(t - t_1) - \cos\omega t & t > t_1 \end{cases}$$

RAMPPIKUORMITUS



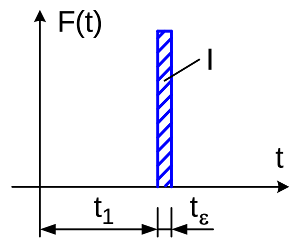
Liikeyhtälö

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = \begin{cases} F_0 t / t_1 & 0 \le t \le t_1 \\ F_0 & t > t_1 \end{cases}$$

Kun $\boxed{c = 0}$ **dynaaminen vahvistuskerroin** on

$$M(t) = \frac{x(t)}{F_0 / k} = \begin{cases} \dfrac{t}{t_1} - \dfrac{1}{\omega t_1} \sin\omega t & 0 \le t \le t_1 \\ 1 + \dfrac{1}{\omega t_1}\left[\sin\omega(t - t_1) - \sin\omega t\right] & t > t_1 \end{cases}$$

IMPULSSIKUORMITUS



Liikeyhtälö

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = \begin{cases} F(t) & t = 0 \\ 0 & t > 0 \end{cases}$$

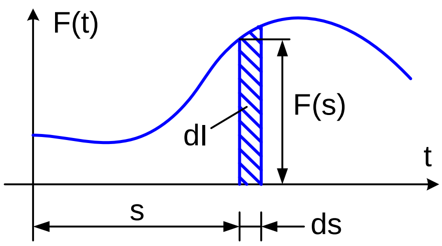
Liikeyhtälön ratkaisu on **impulssivaste**

$$x(t) = \frac{I}{m\omega_d} e^{-\zeta\omega t} \sin\omega_d t$$

Kun $\boxed{I = 1}$ saadaan **ykkösimpulssivaste** $$h(t) = \frac{1}{m\omega_d} e^{-\zeta\omega t} \sin\omega_d t$$

Kun $\boxed{c = 0}$ saadaan $$x(t) = \frac{I}{m\omega} \sin\omega t$$ $$h(t) = \frac{1}{m\omega} \sin\omega t$$

DUHAMELIN INTEGRAALI



Liikeyhtälö

$$\boxed{m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t)}$$

Kuormitus tulkitaan **sarjaksi peräkkäisiä impulssikuormituksia**. Siirtymävaste $x(t)$ hetkellä t saadaan **laskemalla yhteen** ennen hetkeä t tulleiden impulssien vaikutukset. Kun alkuehdot ovat $x(0) = 0$ ja $\dot{x}(0) = 0$, saadaan ratkaisu

$$\boxed{x(t) = \frac{1}{m\omega_d} \int_0^t F(s) e^{-\zeta\omega(t-s)} \sin\omega_d (t-s) \, ds}$$

Kun $\boxed{c = 0}$ saadaan

$$\boxed{x(t) = \frac{1}{m\omega} \int_0^t F(s) \sin\omega (t-s) \, ds}$$