USEAN VAPAUSASTEEN SYSTEEMIN LIIKEYHTÄLÖT

Liiketilan kuvaamiseen tarvitaan **kaksi tai useampia koordinaatteja**.

Koordinaatit voivat olla **translaatioita** tai **rotaatioita**.

Vapausasteiden lukumäärä on tarvittavien koordinaattien määrä.

LIIKEYHTÄLÖIDEN YLEINEN MUOTO

n vapausastetta omaavan systeemin **liikeyhtälöt matriisimuodossa**

$$\boxed{[M]\{\ddot{x}\}+[C]\{\dot{x}\}+[K]\{x\}=\{F\}}$$

$[M]$ $n \times n-$ **massamatriisi**
$[K]$ $n \times n-$ **jäykkyysmatriisi**
$\{\dot{x}\}$ $n \times 1-$ **nopeusvektori**
$\{F\}$ $n \times 1-$ **pakkovoimavektori**

$[C]$ $n \times n-$ **vaimennusmatriisi**
$\{\ddot{x}\}$ $n \times 1-$ **kiihtyvyysvektori**
$\{x\}$ $n \times 1-$ **asemavektori**

LIIKEYHTÄLÖIDEN KYTKENTÄ

Liikeyhtälöt ovat **kytketyt**, jos jokin systeemin perusmatriiseista $[M]$, $[C]$ ja $[K]$ ei ole lävistäjämatriisi.

$[M]$ ei ole lävistäjämatriisi $\Rightarrow$ **dynaaminen kytkentä**
$[K]$ ei ole lävistäjämatriisi $\Rightarrow$ **staattinen kytkentä**
$[C]$ ei ole lävistäjämatriisi $\Rightarrow$ **vaimennuskytkentä**

USEAN VAPAUSASTEEN SYSTEEMIN LIIKEYHTÄLÖT

NEWTONIN LAKIEN KÄYTTÖ

Systeemin osista laaditaan sopiva määrä **vapaakappalekuvia**, joista kirjoitetaan tarpeellinen määrä **voima- ja momenttiliikeyhtälöitä**.

Kirjoitetut liikeyhtälöt järjestetään koordinaattien mukaisesti **yhtälöryhmäksi**.

Ryhmässä on vapausasteiden lukumäärän osoittama määrä yhtälöitä.

Jäykän kappaleen tasoliikkeen liikeyhtälöt

Voimaliikeyhtälöt: $\boxed{R_x = m a_{Gx} \quad R_y = m a_{Gy}}$

Momenttiliikeyhtälö:

$\boxed{M_G = I_G \alpha}$ (massakeskiö momenttipisteenä)

$\boxed{M_O = I_O \alpha}$ (kiinteä momenttipiste)

$\boxed{M_Q = I_G \alpha \pm m a_G d}$ (mielivaltainen momenttipiste)

USEAN VAPAUSASTEEN SYSTEEMIN LIIKEYHTÄLÖT

ENERGIAPERIAATTEEN KÄYTTÖ

Konservatiivisen systeemin Lagrangen yhtälöt

$$\boxed{\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_k}\right)-\frac{\partial T}{\partial x_k}+\frac{\partial V}{\partial x_k}=0 \quad k=1,2,\cdots,n}$$

T on liike-energia

V on potentiaalifunktio (kimmoenergia ja kuormitusten työ)

Epäkonservatiivisen systeemin Lagrangen yhtälöt

$$\boxed{\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_k}\right)-\frac{\partial T}{\partial x_k}+\frac{\partial V}{\partial x_k}=Q_k \quad k=1,2,\cdots,n}$$

$Q_1, Q_2, \cdots, Q_n$ epäkonservatiiviset kuormitukset

Värähtelymekaniikassa termit Q_k saadaan dissipatiofunktiosta

$$\boxed{Q_k=-\frac{\partial D}{\partial \dot{x}_k} \quad k=1,2,\cdots,n}$$

$$\boxed{\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_k}\right)-\frac{\partial T}{\partial x_k}+\frac{\partial D}{\partial \dot{x}_k}+\frac{\partial V}{\partial x_k}=0 \quad k=1,2,\cdots,n}$$